2010 m. fizikos olimpiados II turo uždavinių sprendimai
IX klasė

1. Detalė pagaminta iš žalvario (žalvaris – tai vario ir cinko lydinys). Detalės svoris ore $P_o = 85\ \mathrm{N}$, o vandenyje $P_v = 75\ \mathrm{N}$. Kurią detalės lydinio tūrio dalį sudaro varis, kurią – cinkas? Vario tankis $\rho_1 = 8{,}9 \cdot 10^3\ \mathrm{kg/m^3}$, cinko – $\rho_2 = 7{,}1 \cdot 10^3\ \mathrm{kg/m^3}$, vandens – $\rho = 10^3\ \mathrm{kg/m^3}$.

Sprendimas

Pažymėkime vario tūrį detalėje V_1, cinko – V_2, visos detalės tūrį V. Tada varis sudarys $\frac{V_1}{V}$ detalės tūrio dalį, o cinkas $\frac{V_2}{V} = 1 - \frac{V_1}{V}$. Aišku, kad

$$V = V_1 + V_2. \tag{1}$$

Pagal sąlygą $P_o = m_1 g + m_2 g = (\rho_1 V_1 + \rho_2 V_2) g.$ (2)

Detalės svoris vandenyje $P_v = P_o - F_A$, čia $F_A = \rho g V$ - Archimedo jėga, veikianti detalę vandenyje.

$$P_v = P_o - \rho g V. \tag{3}$$

Iš (3) lygties

$$V = \frac{P_o - P_v}{g\rho}. \tag{4}$$

Kadangi $V_2 = V - V_1$, tai (2) lygtį galima perrašyti:

$$P_o = \left(\rho_1 V_1 + \rho_2 \left(\frac{P_o - P_v}{g\rho} - V_1\right)\right) g.$$

Iš čia

$$V_1 = \frac{\rho P_o - \rho_2 (P_o - P_v)}{g\rho(\rho_1 - \rho_2)}. \tag{5}$$

(5) lygtį padalinę iš (4) gauname detalės lydinio tūrio dalį, kurią sudaro varis:

$$\boxed{\frac{V_1}{V} = \frac{\rho P_o - \rho_2 (P_o - P_v)}{(\rho_1 - \rho_2)(P_o - P_v)}}. \qquad \boxed{\frac{V_1}{V} = 0{,}78}.$$

Atitinkamai cinko sudaroma detalės lydinio tūrio dalis:

$$\boxed{\frac{V_2}{V} = \frac{\rho_1 (P_o - P_v) - \rho P_o}{(\rho_1 - \rho_2)(P_o - P_v)}}. \qquad \boxed{\frac{V_2}{V} = 0{,}22}.$$

2. Du automobiliai pradeda tolygiai greitėti iš vieno taško ta pačia kryptimi. Po laiko t_1 atstumas tarp jų lygus ℓ. Po kiek laiko t_2, nuo judėjimo pradžios, atstumas tarp jų bus lygus 3ℓ?

Sprendimas

1-as būdas

Iš sąlygos aišku, kad abiejų automobilių pagreičiai yra skirtingi. Tegul $a_1 > a_2$.

Per laiką t_1 pirmojo automobilio vidutinis greitis

$$v_{vid1} = \frac{\ell_1}{t_1} \tag{1}$$

arba $$v_{vid1} = \frac{v_1}{2}, \tag{2}$$

čia v_1 – pirmojo automobilio greitis po laiko t_1. Iš (1) ir (2) lygčių randame $\ell_1 = \frac{v_1 t_1}{2}$.

Kadangi $a_1 = \frac{v_1 - v_0}{t_1}$, o $v_0 = 0$, tai

$$\ell_1 = \frac{a_1 t_1^2}{2}. \qquad (3)$$

Analogiškai antrajam automobiliui galime parašyti:

$$\ell_2 = \frac{a_2 t_1^2}{2}. \qquad (4)$$

Kadangi $\ell_1 - \ell_2 = \ell$, tai

$$\ell = (a_1 - a_2)\frac{t_1^2}{2}. \qquad (5)$$

Per laiką t_2 pirmasis automobilis nuvažiuos kelią

$$\ell_1' = \frac{a_1 t_2^2}{2}, \qquad (6)$$

o antrasis

$$\ell_2' = \frac{a_2 t_2^2}{2}. \qquad (7)$$

Pagal sąlygą $\ell_1' - \ell_2' = 3\ell$, todėl

$$3\ell = (a_1 - a_2)\frac{t_2^2}{2}. \qquad (8)$$

(8) lygtį padalinę iš (5), gauname $\boxed{t_2 = t_1\sqrt{3}}$.

2-as būdas

Iš sąlygos aišku, kad abiejų automobilių pagreičiai yra skirtingi. Tegul $a_1 > a_2$. Per ieškomą laiką t_2 atstumas tarp kūnų

$3l = \frac{a_1 t_2^2}{2} - \frac{a_2 t_2^2}{2} = \frac{t_2^2}{2}(a_1 - a_2).$

Per laiką t_1 atstumas tarp kūnų $l = \frac{t_2^2}{2}(a_1 - a_2)$.

Padalinę lygtis vieną iš kitos gauname $\frac{t_2^2}{t_1^2} = 3$. $\boxed{t_2 = t_1\sqrt{3}}$

3. Laboratorinio darbo metu, nustatant vandens savitąją garavimo šilumą, į kalorimetrą įpilama $t_0 = 20\,^\circ\mathrm{C}$ temperatūros vandens. Vandens ir kalorimetro aliumininio indelio masių santykis $n = 6$. Vanduo pradedamas šildyti pastovios galios šildytuvu. Per laiką $\tau_1 = 8{,}6\,\mathrm{min}$ vandens temperatūra pakilo iki $t = 70\,^\circ\mathrm{C}$. Dar po laiko $\tau_2 = 39{,}9\,\mathrm{min}$ kalorimetre liko du trečdaliai vandens. Kokia buvo gauta vandens savitoji garavimo šiluma? Vandens savitoji šiluma $c = 4200\,\frac{\mathrm{J}}{\mathrm{kg}\cdot{}^\circ\mathrm{C}}$, aliuminio savitoji šiluma $c_1 = 880\,\frac{\mathrm{J}}{\mathrm{kg}\cdot{}^\circ\mathrm{C}}$. Šilumos nuostolių nepaisykite.

Sprendimas

Pažymėkime šildytuvo galią *P*. Šildytuvo išskirtas šilumos kiekis Q_1 per pirmąsias $\tau_1 = 8{,}6\,\text{min.}$ buvo sunaudotas vandeniui ir kalorimetro indeliui šildyti nuo $t_0 = 20\,°\text{C}$ iki $t = 70\,°\text{C}$ temperatūros. t.y. $Q_1 = P\tau_1 = cm(t - t_0) + c_1 m_1 (t - t_0)$, čia *m* – įpilto vandens masė, m_1 – kalorimetro indelio masė.

Pagal sąlygą $m = nm_1$, todėl

$$P\tau_1 = m_1(t - t_0)(nc + c_1). \qquad (1)$$

Per laiką $\tau_2 = 39{,}9\,\text{min.}$ šildytuvo išskirtas šilumos kiekis buvo sunaudotas vandeniui ir indeliui pašildyti iki $t_1 = 100\,°\text{C}$ ir trečdaliui vandens išgarinti, t.y.

$$P\tau_2 = cnm_1(t_1 - t) + c_1 m_1 (t_1 - t) + \frac{nm_1}{3}L \quad \text{arba}$$

$$P\tau_2 = m_1\left((t_1 - t)(nc + c_1) + \frac{n}{3}L\right). \qquad (2)$$

Iš (1) ir (2) lygčių:

$$\frac{\tau_1}{\tau_2} = \frac{(t - t_0)(nc + c_1)}{(t_1 - t)(nc + c_1) + \frac{n}{3}L}.$$

Iš čia $\boxed{L = \dfrac{3(nc + c_1)(\tau_2(t - t_0) - \tau_1(t_1 - t))}{n\tau_1}}$. Taigi, $\boxed{L = 2{,}6 \cdot 10^6\ \dfrac{\text{J}}{\text{kg}}}$.

4. M masės artilerijos sviedinys šaunamas vertikaliai į viršų iš pabūklo, kurio naudingumo koeficientas η. Pabūklo užtaisą sudaro *m* masės parakas. 1) Kokiu greičiu iš vamzdžio išlėkė sviedinys? 2) Į kokį didžiausią aukštį pakilo sviedinys? Parako savitoji degimo šiluma *q*. Oro pasipriešinimo nepaisykite.

Sprendimas

1) Pagal sąlygą η dalis šilumos kiekio *Q*, išsiskyrusio sudegus parakui, suteikia sviediniui E_k kinetinės energijos:

$$\eta Q = E_k. \qquad (1)$$

Arba $$\eta q m = \frac{Mv^2}{2}. \qquad (2)$$

Iš čia $\boxed{v = \sqrt{\dfrac{2\eta q m}{M}}}$.

2) Pagal energijos tvermės dėsnį $E_k = E_p$, čia $E_p = Mgh$ – sviedinio potencinė energija aukščiausiame taške, *h* – didžiausias pakilimo aukštis. (2) lygtį galime perrašyti taip: $\eta q m = Mgh$. Iš čia $\boxed{h = \dfrac{\eta q m}{Mg}}$.