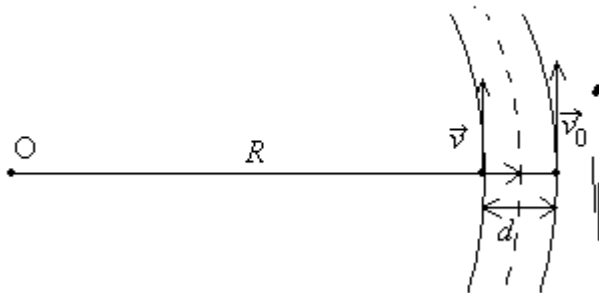


2010 m. fizikos olimpiados II turo uždavinių sprendimai
XII klasė

1. Vikšrinis traktorius važiuoja tiesiai greičiu $v_0 = 18$ km/h. Norėdamas pasukti į kairę, traktorininkas nuspaudžia kairės pusės važiuoklės pedalą taip, kad jos greitis sumažėtų iki $v = 14$ km/h. Nustatykite trajektorijos, kurią brėžtų traktoriaus centras, kreivumo spindulį, jei atstumas tarp važiuoklių $d = 1,5$ m.

Sprendimas

Pažymėkime ieškomą kreivumo spindulį R . Tegul kampinis greitis ω .



$$\text{Tuomet } v = \omega \left(R - \frac{d}{2} \right); v_0 = \omega \left(R + \frac{d}{2} \right); \frac{v}{v_0} = \frac{\left(R - \frac{d}{2} \right)}{\left(R + \frac{d}{2} \right)};$$

$$v \left(R + \frac{d}{2} \right) = v_0 \left(R - \frac{d}{2} \right); vR + v \frac{d}{2} = v_0 R - v_0 \frac{d}{2}; (v + v_0) \frac{d}{2} = (v_0 - v)R;$$

$$\boxed{R = \frac{(v + v_0) d}{(v_0 - v) 2}}. \quad \boxed{R = 6 \text{ m.}}$$

2. Tūrio $V_0 = 10^4 \text{ cm}^3$ uždaramame plieniniame inde yra deguonis ir $m = 8,2$ g ledo. Indo temperatūra $t_0 = -13^\circ\text{C}$, o slėgis jame $P_0 = 100$ kPa. Indą įkaitino iki $T = 600$ K. Raskite naująjį slėgį viduje indo. Plieno temperatūrinis ilgėjimo koeficientas $\alpha = 1,86 \cdot 10^{-5} \text{ K}^{-1}$. Universalioji dujų konstanta $R = 8,31 \text{ JK}^{-1}\text{mol}^{-1}$.

Sprendimas.

Naująjį slėgį sudarys deguonis ir vandens garai, t.y. $P = P_d + P_g$. Deguonies slėgi randame iš

dujų būvio lygties $\frac{P_0 V_0}{T_0} = \frac{P_d V}{T}$, čia naujas indo tūris $V = V_0(1 + 3\alpha(T - T_0))$, nes tūrinis

pletimosi koeficientas yra trigubai didesnis už ilgėjimo. Į pradinį ledo tūrį galima neatsižvelgti, nes jis sudaro mažiau negu 10^{-3} viso indo tūrio. Iš Klaiperono lygties

$P_g V = \frac{m}{M_g} RT$, čia molinė garų masė $M_g = 18 \text{ g/mol}$. Įrašę slėgius į pirmąjį lygtį gauname

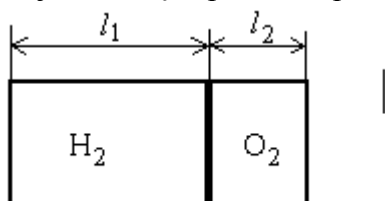
$$P = P_0 \frac{T}{T_0(1 + 3\alpha(T - T_0))} + \frac{mRT}{M_g V_0(1 + 3\alpha(T - T_0))}$$

Prieš skaičiuojant sutvarkome vienetus: $V_0 = 0,01 \text{ m}^3$ ir $T_0 = 260 \text{ K}$. $P \approx 450 \text{ kPa}$.

3. Horizontaliame cilindre, kurio ilgis $l = 0,9 \text{ m}$, laisvai slankiojantis stūmoklis skiria deguonį nuo vandenilio. Dujų masės vienodos. Į kokio ilgio dalis stūmoklis dalija cilindrą?

Sprendimas

Stūmoklis dalija cilindrą taip, kad abipus stūmoklio slėgiai yra vienodi, t.y. $p_1 = p_2 = p$.



Iš dujų būvio lygties

$$(H_2) - pl_1 S = \frac{m}{M_1} RT, \quad (O_2) - pl_2 S = \frac{m}{M_2} RT.$$

$$\text{Iš šių lygčių gauname } \frac{l_1}{l_2} = \frac{M_2}{M_1} \text{ ir } l_1 = \frac{M_2}{M_1} l_2.$$

Užrašome antrąją lygtį: $l = l_1 + l_2$ arba $l_2 = l - l_1$.

$$l_1 = \frac{M_2}{M_1} (l - l_1); \quad l_1 \left(1 + \frac{M_2}{M_1}\right) = \frac{M_2}{M_1} l; \quad l_1 = l \frac{M_2}{M_1 + M_2}.$$

$$l_1 = 0,9 \text{ m} \frac{32 \cdot 10^{-3} \text{ kg/mol}}{2 \cdot 10^{-3} \text{ kg/mol} + 32 \cdot 10^{-3} \text{ kg/mol}} \approx 0,85 \text{ m}.$$

$$l_2 = 0,9 \text{ m} - 0,85 \text{ m} = 0,05 \text{ m}. \quad \boxed{l_1 = 0,85 \text{ m}} \text{ ir } \boxed{l_2 = 0,05 \text{ m}}$$

4. Prie elektrovaros šaltinio prijungus 8Ω varžos rezistorių teka 2 A stiprio srovė. Trumpojo jungimo atveju srovės stipris išauga iki 10 A . Kokia šaltinio maksimali naudingoji galia?

Sprendimas

I) Prijungtas $R_1 = 8 \Omega$ varžos rezistorius ir teka $I_1 = 2 \text{ A}$ stiprio srovė. Tada $I_1 = \frac{E}{R_1 + r}$, čia

E – šaltinio elektrovara.

II) Trumpojo jungimo atvejis. Tada $I_{t.j.} = \frac{E}{r}$.

III) Prijungiamas toks rezistorius, kai pasiekiamas didžiausia šaltinio naudingoji galia. Didžiausia naudingoji šaltinio galia pasiekiamas, kai $R = r$. Tada

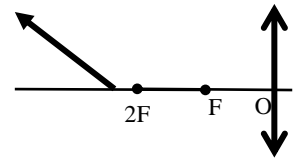
$$P_{\text{naud}}^{\text{max}} = I^2 R \text{ arba } P_{\text{naud}}^{\text{max}} = I^2 r.$$

$$I = \frac{E}{R+r} \text{ arba } I = \frac{E}{2r}. \text{ Remiantis (II) atveju lygtimi randame } I = \frac{I_{\text{t.j.}}}{2}.$$

$$\text{Iš (I) ir (II) atvejo lygčių gausime } I_1(R_1+r) = I_{\text{t.j.}}r \text{ ir } r = \frac{I_1 R_1}{I_{\text{t.j.}} - I_1}. \text{ ir}$$

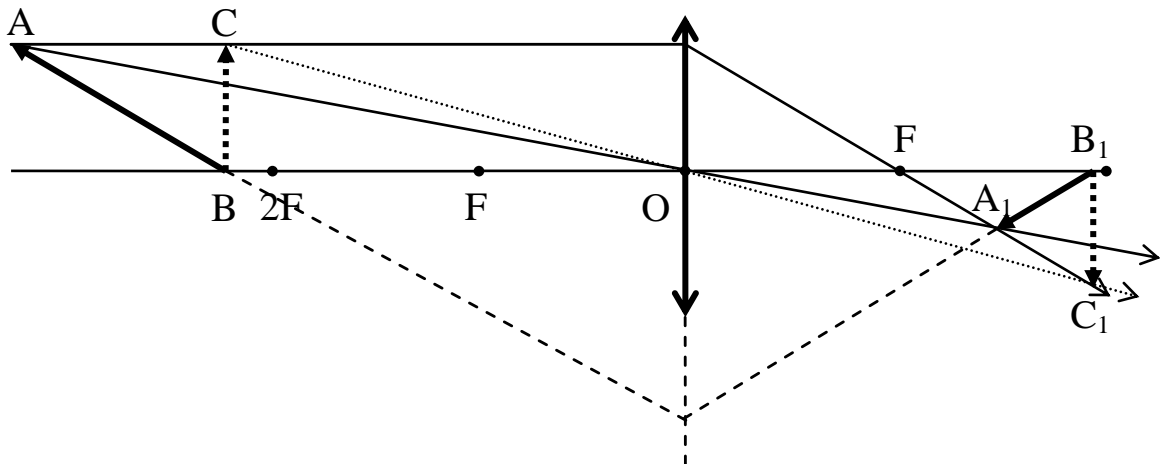
$$\text{Tuomet } \boxed{P_{\text{naud}}^{\text{max}} = \frac{I_{\text{t.j.}}^2}{4} \frac{I_1 R_1}{I_{\text{t.j.}} - I_1}} \text{ ir } \boxed{P_{\text{naud}}^{\text{max}} = 50 \text{ W}}.$$

5. Paveiksle pavaizduoti glaudžiamasis lęšis ir daiktas, stipriai palinkęs lęšio optinės ašies atžvilgiu. Grafiškai raskite daikto atvaizdą. Glaudžiamąjį lęšį pakeiskite sklaidomuoju ir vėl nubrėžkite daikto atvaizdą. Perbraižydami paveikslą į sąsiuvinį jį proporcingai padidinkite.



Sprendimas

Taško A atvaizdai rasti pasinaudokime dviem standartiniais spinduliais: vienu, einančiu per lęšio optinį centrą, ir kitu, einančiu lygiagrečiai optinei ašiai, o po lęšio – per jo žydinį. Šių spindulių susikirtimo taškas A_1 ir yra taško A atvaizdas.



Taško B atvaizdą surasti sunkiau. Nubraižykime papildomą daiktą BC, statmeną optinei ašiai. Lengvai rasime taško C atvaizdą C_1 . Nuleidę iš jo statmenį į optinę ašį, rasime taško B atvaizdą B_1 . Sujungę B_1 ir A_1 , gauname daikto atvaizdą. Galima buvo pasinaudoti ir tuo, kad palikusio daikto ir jo atvaizdo tęsiniai susikerta lęšio plokštumoje.

Skaidomojo lęšio atveju taško A atvaizdą randame kaip ir anksčiau, o taško B atvaizdą randame iš atvaizdų tęsinių susikirtimo taško D. Galima buvo vėl brėžti papildomą daiktą.

